TRƯỜNG THPT HÀM RỒNG **ĐÁP ÁN ĐỀ KSCL CÁC MÔN THEO KHỐI THI ĐẠI HỌC**

MÔN: TOÁN - LỚP 12 - Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1 Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_8^8 = 8!$ Gọi số cần lập có dạng $A = \overline{a_1a_2a_3\ldots a_8}\left(a_i \in Z; a_i \neq a_j \forall i \neq j\right)$ Do X có 8 phần tử và tổng các phần tử là 36 nên A chia hết cho 9, lại có $(9;11) = 1$ nên A chia hết cho 9999. Ta có:

$$A = \overline{a_1a_2a_3\ldots a_8} = \overline{a_1a_2a_3a_4}.10^4 + \overline{a_5a_6a_7a_8} = \overline{a_1a_2a_3a_4}.(9999+1) + \overline{a_5a_6a_7a_8} = \overline{a_1a_2a_3a_4}.9999 + \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}$$

Vì A chia hết cho 9999 nên $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}$ chia hết cho 9999. $a_i \in X$ nên $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} < 2.9999 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999$ $a_1 + a_5 = 9; a_2 + a_6 = 9; a_3 + a_7 = 9; a_4 + a_8 = 9$

Có 8 cách chọn a_1. Với mỗi a_1 sẽ cho 1 cách chọn a_5. Có 6 cách chọn a_2. Với mỗi a_2 sẽ cho 1 cách chọn a_6.
Có 4 cách chọn a_3. Với mỗi a_3 sẽ cho 1 cách chọn a_7. Có 2 cách chọn a_4. Với mỗi a_4 sẽ cho 1 cách chọn a_8.

$\Rightarrow n(A) = 8.6.4.2 = 384$ Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{384}{8!}$.

Câu 2. Chọn D. Xét hình hộp chữ nhật $AB'C'D'.A'BCD$ .Ta có:+ $\widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90°$

+ Vì $BC // A'D \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng góc giữa hai đường thẳng AD và $A'D$ bằng góc $\widehat{ADA'} \Rightarrow \tan \widehat{ADA'} = \tan 60° = \dfrac{AA'}{A'D} = \sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$ .Do vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $AB'C'D'.A'BCD \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{A'A^2 + A'B^2 + A'D^2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$ Vậy $R = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 3: Ta có $\left[f\left(x^2 - 10x + m + 9\right)\right] = (2x - 10)\left(x^2 - 10x + m + 7\right)^2\left(x^2 - 10x + m + 8\right)\left(x^2 - 10x + m + 6\right)$

Để $y = f\left(x^2 - 10x + m + 9\right)$ có 5 điểm cực trị điều kiện là các phương trình: $x^2 - 10x + m + 8 = 0$ (1) và $x^2 - 10x + m + 6 = 0$ (2) đều có hai nghiệm phân biệt khác 5, hay điều kiện là:

$$\begin{cases} \Delta'_1 > 0; 25 - 50 + m + 8 \neq 0 \\ \Delta'_2 > 0; 25 - 50 + m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 - m > 0; m \neq 17 \\ 19 - m > 0; m \neq 19 \end{cases} \Leftrightarrow m < 17.$$

Câu 4: Ta có $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua các điểm A(-2 ;0),O(0 ;0) và C(-1 ;-3) nên ta có $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + d$ và $f'(x) = 3x^2 + 6x$ .Gọi tiếp điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $M(x_0;0)$ với $x_0 < 0$. Tiếp tuyến có hệ số góc $k = 0 \Rightarrow y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0; x_0 = -2$. Vì $x_0 < 0 \Rightarrow x_0 = -2$ .M(-2 ;0)thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow -8 + 12 + d = 0 \Rightarrow d = -4$. Khi đó $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -4.

Câu 5: Sử dụng công thức: $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} f(ax+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\int_{x_1}^{x_2} f(ax)\,\mathrm{d}x$ và tính chất $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$ với $f(x)$ là hàm số lẻ trên đoạn $[-a;a]$. Ta có $\displaystyle 4 = \int_1^2 f(-2x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\int_{-2}^{-4} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-4}^{-2} f(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_{-4}^{-2} f(x)\,\mathrm{d}x = 8$

$2=\int\limits_{-2}^{0} f(-x)\,\mathrm{d}x=-\int_{2}^{0} f(x)=\int_{0}^{2} f(x)\Leftrightarrow \int_{0}^{2} f(x)=2;0=\int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-4}^{-2} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

$\Leftrightarrow 0=8+\left(\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x\right)+I\Leftrightarrow 0=8+(0-2)+I\Leftrightarrow I=-6$.

Câu 6: *Gọi A là điểm biểu diễn $z_1\Rightarrow$ A thuộc đường tròn (C_1) tâm $J_1(4;5),R_1=1$ Gọi B là điểm biểu diễn $z_2\Rightarrow$ B thuộc đường tròn (C_2) tâm $J_2(1;0),R_2=1$ * $|\bar{z}+4i|=|z-8+4i|\Leftrightarrow(d):\ y=4-x\Rightarrow$ M thuộc đường thẳng (d), $z=x+yi$ Ta có: $P=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}\right|+\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OB}\right|=MA+MB$ Gọi (C_3) có tâm $J_3(4;-3),R_3=1$ là đường tròn đối xứng của (C_2) qua (d) và B' là điểm đối xứng của B qua (d), khi đó $B'\in(C_3)$;Khi đó: $P=MA+MB=MA+MB'\ge AB'=J_1J_3-R_1-R_3=6$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi J_1,A,M,B',J_3 thẳng hàng

Ta có $\overrightarrow{J_3B'}=\frac{1}{8}\overrightarrow{J_3J_1}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{B'}-4=0\\ y_{B'}+3=\frac{1}{8}.8\end{cases}\Rightarrow B'(4;-2)\Rightarrow B(2;0)$ Lại có $\overrightarrow{J_1A}=\frac{1}{8}\overrightarrow{J_1J_3}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A-4=0\\ y_A-5=-\frac{1}{8}.8\end{cases}\Rightarrow A(4;4)$

Vậy $|z_1-z_2|=|4+4i-2|=2\sqrt{5}$

Câu 7: *Gọi* A_1,A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua (P) và (Oxy). $A_1(1;0;5)$ $A_2(1;4;-3)$

Dễ thấy ΔAA_1B cân tại B và ΔAA_2C cân tại C nên $\begin{cases}AB=A_1B\\ AC=A_2C\end{cases}$. Vậy chu vi ΔABC bằng: $C_{\Delta ABC}=AB+BC+CA=A_1B+BC+A_2C\ge A_1A_2=4\sqrt{5}$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A_1,B,C,A_2 thẳng hàng

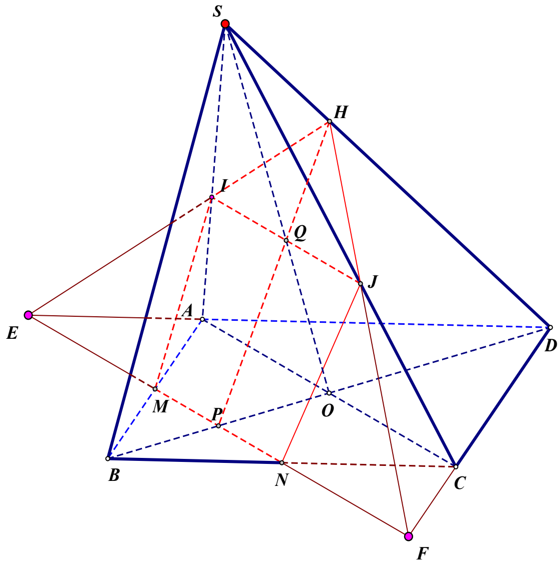
Câu 8: Gọi $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, khi đó $b,c>0$.Phương trình mặt phẳng $(P)\equiv(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

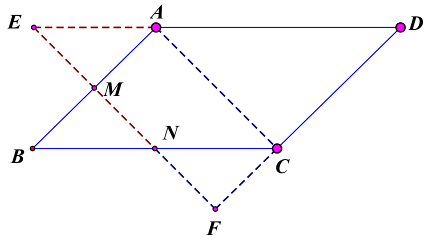
Mà $M\in(P)\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\Leftrightarrow\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow bc=2(b+c)$.Do $bc=2(b+c)\le\frac{(b+c)^2}{4}\Rightarrow(b+c)^2\ge 8(b+c)$ $\Rightarrow b+c\ge 8$ (do $b,c>0$).Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;b;0),\overrightarrow{AC}=(-2;0;c)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;2c;2b)$.

Do đó $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+4b^2+4c^2}=\sqrt{b^2+c^2+(b+c)^2}\ge\sqrt{\frac{1}{2}(b+c)^2+(b+c)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}(b+c)$.

Vậy $S_{\Delta ABC}\ge 4\sqrt{6}$. Dấu "=" xảy ra khi $b=c=4$.

Câu 8:





Dễ thấy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN // JI$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA = \frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC = \frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định. Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD}.\frac{ED}{EA}.\frac{IA}{SI} = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD}.3.k = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} = \frac{1}{3k}$. Từ đó $\frac{d\left(H,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)} = \frac{HD}{SD} = \frac{3k}{3k+1}$. Suy ra $V_{HJIAMNCD} = V_{H.DFE} - V_{I.AEM} - V_{J.NFC}$.

Đặt $V = V_{S.ABCD}$ và $S = S_{ABCD}$, $h = d\left(S,(ABCD)\right)$ ta có $S_{AEM} = S_{NFC} = \frac{1}{8}S$ và $\frac{d\left(I,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)} = \frac{IA}{SA} = \frac{k}{k+1}$

Thay vào ta được $V_{HJIAMNCD} = \frac{1}{3}.\frac{3k}{3k+1}h.\left(\frac{9}{8}S\right) - 2.\frac{1}{3}.\frac{k}{k+1}h.\frac{1}{8}S = \frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)}V$.

Theo giả thiết ta có $V_{HJIAMNCD} = \frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình $\frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)} = \frac{13}{20}$, giải phương trình này được $k = \frac{2}{3}$.